

单元素养测评卷(一)A

第四章

(时间:120分钟 分值:150分)

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. [2025·广东惠州实验中学高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = (-1)^n(2n+1)$,则数列 $\{a_n\}$ 的前4项和 $S_4 =$ ()
 A. 4 B. 6
 C. 8 D. 10
2. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $S_3 = 2, S_6 = 6$,则 $a_7 + a_8 + a_9 =$ ()
 A. 2 B. 4
 C. 6 D. 8
3. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列,若 a_6, a_{10} 为方程 $x^2 + 4x + 3 = 0$ 的两个根,则 $a_8 =$ ()
 A. $\pm\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$
 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{3}{2}$
4. [2025·福建浦城一中高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 的前8项分别为1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36,根据以上规律,数列 $\{a_n\}$ 的第50项为 ()
 A. 1275 B. 1596
 C. 1597 D. 1598
5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = \begin{cases} -n^2 + 2\lambda n, & n \leq 3, \\ 4n - 1, & n > 3, \end{cases}$ 且 $\{a_n\}$ 是递增数列,则实数 λ 的取值范围是 ()
 A. (3, 4) B. [3, 4)
 C. $(\frac{5}{2}, 4)$ D. $[\frac{5}{2}, 4)$
6. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_3 + a_5 + a_7 = 6, S_7 = -7$,则 S_n 取得最小值时 n 的值为 ()
 A. 3 B. 4
 C. 5 D. 6
7. [2026·江苏常州高二期末] 设 T_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积,若 $\frac{a_{n+1}}{T_{n+1}} - \frac{a_n}{T_n} = 2$,则 $a_{2026} =$ ()
 A. $\frac{4049}{4051}$ B. $\frac{4051}{4053}$
 C. $\frac{4053}{4051}$ D. $\frac{6074}{6077}$

8. [2025·北京交通大学附中高二期中] 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 > 1$,公比为 q ,记 $T_n = a_1 a_2 \cdots a_n (n \in \mathbf{N}^*)$,则“ $0 < q < 1$ ”是“数列 $\{T_n\}$ 为递减数列”的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 为1, 0, 1, 0, 1, 0, ..., 则 ()
 A. $a_n = \frac{1 - (-1)^{n+1}}{2}$ B. $a_1 = 1, a_n + a_{n+1} = 1$
 C. $a_n = \cos \frac{(n-1)\pi}{2}$ D. $a_n = \begin{cases} 1, & n \text{ 是奇数} \\ 0, & n \text{ 是偶数} \end{cases}$
10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,公差 $d > 0$,且 $S_{18} = S_{25}$,则下列说法正确的是 ()
 A. $a_1 < 0$
 B. $a_1 + a_{43} = 0$
 C. 当 S_n 取得最小值时, n 的值为22
 D. 当 $S_n > 0$ 时, n 的最小值为44
11. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}, a_n - a_{n+1} = 2a_n a_{n+1} (n \in \mathbf{N}^*)$,数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $b_n = 1 + \frac{2}{3}S_n (n \in \mathbf{N}^*)$,则下列说法正确的是 ()
 A. $\frac{1}{2025}$ 是数列 $\{a_n\}$ 中的项
 B. 数列 $\{b_n\}$ 是首项为3,公比为3的等比数列
 C. 数列 $\{a_n a_{n+1}\}$ 的前 n 项和 $T_n < \frac{1}{4}$
 D. 数列 $\{\frac{b_n}{a_n}\}$ 的前 n 项和 $A_n = \frac{(2n-1) \cdot 3^{n+1}}{2} + \frac{3}{2}$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. [2025·上海长宁区高二期中] 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $S_n = \begin{cases} n^2, & n \leq 4, \\ 5n - 4, & n > 4, \end{cases}$ 则 $a_5 =$ _____.
13. 已知 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $a_3 + S_3 = 6, S_3 = 3a_3$,则 $a_2 =$ _____.
14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $S_n = 2a_n - 2$,则 $a_n =$ _____,数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \log_{\sqrt{2}} a_n - 21$,数列 $\{\frac{1}{b_n b_{n+1}}\}$ 的前 n 项和为 T_n ,则 T_n 的最大值为 _____.

四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = -2n^2 + 11n$.
 (1) 求 S_n 的最大值;
 (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.



16. (15分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_3=12$, 且 $a_2+a_4=10$.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 设函数 $f(x)=a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$, 证明: 对任意的正整数 n , 不等式 $f\left(\frac{1}{2}\right)<4$ 恒成立.

17. (15分) 某高科技企业研制出一种型号为 A 的精密数控车床, A 型车床为企业创造的价值逐年减少. 若第1年 A 型车床创造的价值是250万元, 且第2年至第6年, 每年 A 型车床创造的价值比上一年减少30万元, 从第7年开始, 每年 A 型车床创造的价值是上一年的50%. 现用 a_n ($n \in \mathbf{N}^*$) (单位: 万元) 表示 A 型车床在第 n 年创造的价值.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 的通项公式.

(2) 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $T_n = \frac{S_n}{n}$, 企业经过成本核算, 若 $T_n > 100$, 则继续使用 A 型车床, 否则更换 A 型车床, 试问该企业应在第几年年初更换 A 型车床?

18. (17分) [2025·重庆八中高二月考] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公差 $d=4$, $a_k=15$, $S_k=36$, $k \in \mathbf{N}^*$.

(1) 求 k 及数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 $b_n = \frac{S_n}{n+c}$, $n \in \mathbf{N}^*$, 若 b_1, b_2, b_3 成等差数列, 求 c 并证明 $\{b_n\}$ 为等差数列.

19. (17分) [2025·八省联考] 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=3$, $a_{n+1} = \frac{3a_n}{a_n+2}$.

(1) 证明: 数列 $\left\{1 - \frac{1}{a_n}\right\}$ 为等比数列;

(2) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 令 $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$, 证明: $b_n < b_{n+1} < 1$.